

## Commentaires sur cet ouvrage :

La gnomonique monumentale,  
un outil de composition  
architecturale tombé dans  
l'oubli

Quelques applications européennes  
entre l'apparition du livre  
d'architecture (XV<sup>e</sup> siècle) et  
la généralisation des horloges  
mécaniques (fin XVIII<sup>e</sup> siècle)

JEAN-LOUIS VANDEN EYNDE

2008

Thèse présentée en vue de l'obtention  
du grade de docteur en archéologie  
et histoire de l'art

André Goffin

Mai 2023

## ***Note préliminaire***

Dans cet ouvrage, Jean-Louis Vanden Eynde étudie plusieurs sites monumentaux et architecturaux essentiellement sous deux aspects.

Le premier concerne le contexte historique et les caractéristiques purement architecturales des sites étudiés. N'étant pas compétent dans ces matières, je me suis abstenu d'y apporter des commentaires.

Le deuxième aspect concerne la gnomonique et son rôle supposé dans la conception de ces sites ou de leur destination. C'est essentiellement sur cet aspect que porte mon analyse.

Je n'ai donc pas inclus dans mon travail tous les chapitres du livre et je me borne à faire un relevé des erreurs et approximations là où elles apparaissent sans porter de jugement d'ensemble.

### ***Méthodologie suivie pour évaluer le travail de Vanden Eynde.***

En résumé, j'ai cherché à comprendre et analyser ses démonstrations et à les confronter à mes propres calculs.

Vanden Eynde insiste dans son ouvrage sur sa préférence personnelle pour les méthodes basées sur la géométrie descriptive et les épures. C'est bien sûr parfaitement légitime. Pour ma part, je suis plutôt orienté vers les procédés algébriques et trigonométriques, d'usage courant en gnomonique.

En principe, les deux approches doivent conduire à des résultats à peu près équivalents, avec cependant un avantage en précision pour les calculs trigonométriques.

Pour les différents algorithmes, je me réfère à l'ouvrage bien connu « **Astronomical Algorithms** » de **Jean Meeus** (seconde édition en anglais de 1998) ainsi qu'au traité « **La Gnomonique** » (édition 2007) de **Denis Savoie**.

Pour la mise en œuvre, j'utilise le logiciel Excel dans lequel j'ai implémenté des modules VBA, chaque chapitre du livre de Meeus faisant l'objet d'un module.

Pour la représentation graphique, j'utilise bien évidemment toutes les fonctionnalités des graphiques Excel, notamment la possibilité d'incorporer comme fonds de graphiques des images telles que des captures d'écran sur Google Earth dûment orientées et calibrées. Les constructions graphiques peuvent ainsi se superposer facilement sur une vue aérienne du site.

J'utilise cette méthodologie depuis quelques années et je l'ai expérimentées sur de nombreux cas, je crois pouvoir affirmer en toute honnêteté qu'elle est bien rôdée.

Pour la suite, je suis simplement l'ordre des chapitres et paragraphes du livre.

## 1. INTRODUCTION

Faite essentiellement de rappels historiques, cette introduction appelle quelques corrections.

---

*p.10*

*Cette dernière est devenue la référence du temps universel **Greenwich Meridian Time ou GMT.***

---

GMT ne signifiait pas Greenwich **Meridian** Time mais Greenwich **Mean** Time.

Ensuite, cette unité n'est plus en vigueur depuis 1972, remplacée par UTC (Temps universel coordonné, réglé par des horloges atomiques).

Il faut reconnaître que cette confusion est très répandue et persistante, notamment dans de nombreux medias.

## 2. DEFINITIONS

---

*p.18*

*Nicolas Copernic inverse la position de la Terre et du Soleil et donne à la Lune un statut particulier puisqu'elle tourne autour de la Terre. Il repère les satellites de Jupiter et de Saturne. Cette théorie, hélio-centrique, décrite en 1543, mettra beaucoup de temps pour s'imposer principalement en raison de l'opposition de l'église romaine.*

*Tycho Brahé (4) propose une théorie intermédiaire : le Soleil tourne autour de la Terre mais constitue le centre de révolution des autres planètes.*

*C'est Galilée (5), appuyé par Kepler, qui démontre la justesse de la théorie de Copernic en 1632.*

---

*4 Tycho BRAHE (Danemark, 1546-1601) rassemble des observations astronomiques sans parvenir à trouver la loi mathématique de la mécanique céleste. C'est son élève allemand Johannes KEPLER (Allemagne, 1571-1630) qui y parviendra. Voir ci-dessous.*

*5 Galileo GALILEI (Italie, 1564-1642) enseigne à l'université de Padoue la théorie copernicienne. Il publie en 1632 toutes les preuves de la vérité du système. Rome le contraint à abjurer de sa science en 1633.*

---

Copernic n'a pas pu repérer les satellites de Jupiter ou de Saturne sans la lunette qui n'avait pas encore été inventée.

Kepler n'était pas l'élève de Brahé, il ne l'a rejoint à Prague qu'un peu moins de deux ans avant la mort de ce dernier.

Galilée, s'il était partisan de Copernic, n'a jamais pu démontrer la théorie. Le **Dialogo** publié en 1632 n'est qu'une fable où il se moque du pape et il s'attire les foudres du tribunal. Sa tentative d'explication à l'aide des marées était erronée. La première preuve par l'observation sera la découverte de l'aberration par Bradley au début du 18<sup>ème</sup> siècle.

---

*p.20*

*Le plan de révolution de la Terre autour du Soleil et l'axe de rotation de la Terre sur elle-même forment un angle de 23°27'.*

*Cet axe est doté d'un mouvement de rotation et d'oscillation. La rotation est lente, 26.000 ans, et s'appelle nutation. Elle est responsable de la précession des équinoxes. L'oscillation est rapide et est appelée trépidation. Ces deux mouvements ont une incidence sur la localisation des points cardinaux.*

---

Ainsi la nutation serait responsable de la précession ???

La rotation sur 26.000 ans **est** la précession et **non** la nutation (petite oscillation de très faible amplitude sur 19 ans).

Il y aurait aussi un mouvement inconnu jusqu'ici appelé « trépidation » ?

L'auteur devrait utiliser les termes corrects.

---

p.21

*Le mot latitude n'existe que depuis la première moitié du XVI<sup>e</sup> siècle. Il faut admettre que c'est une notion non vérifiable, difficile à établir. On utilisait jusqu'alors le mot élévation du pôle, c'est-à-dire l'angle que fait l'étoile Polaire, fixe, par rapport à l'horizon d'un lieu. Cet angle est vérifiable toutes les nuits.*

---

La latitude, une notion non vérifiable ? Même si le terme en français ne date que du 16<sup>ème</sup> siècle (à vérifier), la notion est connue et comprise depuis l'Antiquité. Les Grecs parlaient de climats, mais ce n'est qu'une question de vocabulaire. Pour Ptolémée elle ne fait aucun mystère.

---

p.22

*En réalité, il (l'axe de rotation de la Terre) est animé d'un mouvement sur lui-même, rétrograde autour de la verticale à l'orbite, sur une période de 26.000 ans, ce qui explique que l'étoile Polaire se détache petit à petit de l'axe de rotation de la Terre. C'est ce qu'on appelle la nutation, qui engendre le phénomène de la précession des équinoxes*

---

Bis repetita... mêmes erreurs qu'à la page 20.

---

p.24 (à propos du zodiaque)

*Suivant les auteurs, ces noms évoquent les formes des constellations ou les événements liés aux saisons.*

*(12) L'axe de cette ceinture est l'écliptique. Sa largeur vaut six à huit degrés à partir du centre, afin d'embrasser toutes les figures, c'est-à-dire la zone que la Lune parcourra aussi.*

---

L'écliptique est un plan, pas un axe.

---

p.25

*Si on fiche un bâton en Terre au milieu d'une surface plane, par un jour ensoleillé, l'ombre rendra compte du mouvement apparent du Soleil, mais inversé : la pointe de l'ombre apparaîtra sur l'horizon à l'ouest, se rapprochera du bâton en diminuant puis s'éloignera vers l'est, formant une gigantesque parabole.*

---

Sous nos latitudes, la projection de la pointe d'un gnomon n'est pas une parabole mais une hyperbole.

En décrivant la construction géométrique de l'Analemme de Vitruve :

---

*p.26*

*Si R coïncide avec le rayon solaire du 21 juin, ou le début du signe du Cancer  
W indiquera l'ombre portée par un style de hauteur AB les 21 mai et juillet,  
X, les 21 avril et août ;  
C, les 21 mars et septembre ;  
Y, les 21 février et octobre ;  
Z, les 21 janvier et novembre ;  
T, le 21 décembre ou le début du signe du Capricorne.*

---

L'auteur prend comme repères de changement de signe zodiacal le 21 de chaque mois. C'est incorrect, ces repères ne sont pas liés à des quantités mensuelles mais à la longitude écliptique du soleil comptée de 30° en 30°. En 2023, ces repères ne tomberont que deux fois sur le 21 du mois. Le quantième minimum sera le 18 (février) et maximum le 23 (les trois mois d'été).

---

*p.28*

*On a pu vérifier l'anomalie de l'inégale durée du jour, ce qui a été traduit en **formule mathématique en 1672(16)** : c'est l'équation du temps.  
(16) John FLAMSTEED, (Grande-Bretagne, 1646-1719).*

---

Notons la référence qui mentionne un auteur mais pas la source.

Si Flamsteed s'est effectivement occupé de la question, il n'existe aucune formule à son nom. Jusqu'au milieu du XXe siècle l'équation du temps a été représentée par des tables de corrections journalières et non par des formules.

---

*p.34*

*Comment l'évolution quotidienne ou annuelle de l'ombre d'un gnomon nous renseigne-t-elle à propos de l'heure et de la date ? Imaginons un plan régulier et horizontal. L'ombre du style va se former dès le lever du Soleil, être très longue et se diriger vers l'ouest. Le Soleil monte et atteint son apogée à midi : l'ombre sera la plus courte de la journée, puis recommencera à s'allonger vers l'est jusqu'à s'estomper au coucher du Soleil.*

*Si, prenant le pied du style comme centre, on décrit un cercle, il représente la course du Soleil sur un jour complet. **Divisant les 360° en 24 segments égaux, on obtient 15°, soit l'angle que parcourt le Soleil, et l'ombre, en une heure. À partir du méridien, si on reporte à droite et à gauche des angles de 15°, l'ombre du style se confondra avec ces nouveaux rayons à 11 et à 13 heures, et ainsi de suite. On a donc décrit une horloge, dont le point de départ est l'établissement du méridien.***

---

Ici l'erreur est lourde et jette un doute sérieux sur les compétences de l'auteur. L'angle tabulaire entre les lignes horaires varie avec la latitude et avec l'angle horaire lui-même. Il ne vaut 15° qu'au Pôle Nord.

---

p.51

*La réfraction est un phénomène optique dû à la couche d'air ...*

*Lorsque le regard s'élève à 30° au-dessus de l'horizon, on voit un degré et demi plus bas que la réalité. Ce décalage s'accroît lorsqu'on s'approche de l'horizon et peut atteindre trois degrés.*

---

Voyons ce qu'en dit le Guide des Données astronomiques (Bureau des longitudes) :

A la hauteur de 0° : 36'36'', soit 0.61°

A la hauteur de 30° : 1'44'', soit 0,029°

L'auteur aurait intérêt à vérifier ses sources et à ne pas confondre les degrés et les minutes.

---

p.51

*Ceci explique que les constructions préhistoriques sont plus précises, du point de vue gnomonique, que celles du XVIIIe siècle. Les premières sont le résultat d'une observation longue, sur place. Les secondes résultent d'opérations intellectuelles qui devraient être affinées par des variables qu'il est difficile de maîtriser : déclinaison magnétique, nutation, trépidations et réfraction.*

---

Tous ces paramètres étaient bien maîtrisés au XVIIIe siècle. Ici encore, on devine le malaise de l'auteur devant les solutions mathématiques rigoureuses.

### 3. APPLICATIONS

#### 3.1 Palmanova

Signalons d'abord l'erreur très importante sur l'indication de la longitude : 12°25' est au lieu de 13°19' réel, ce qui correspond à une erreur de 69 km.

p.57

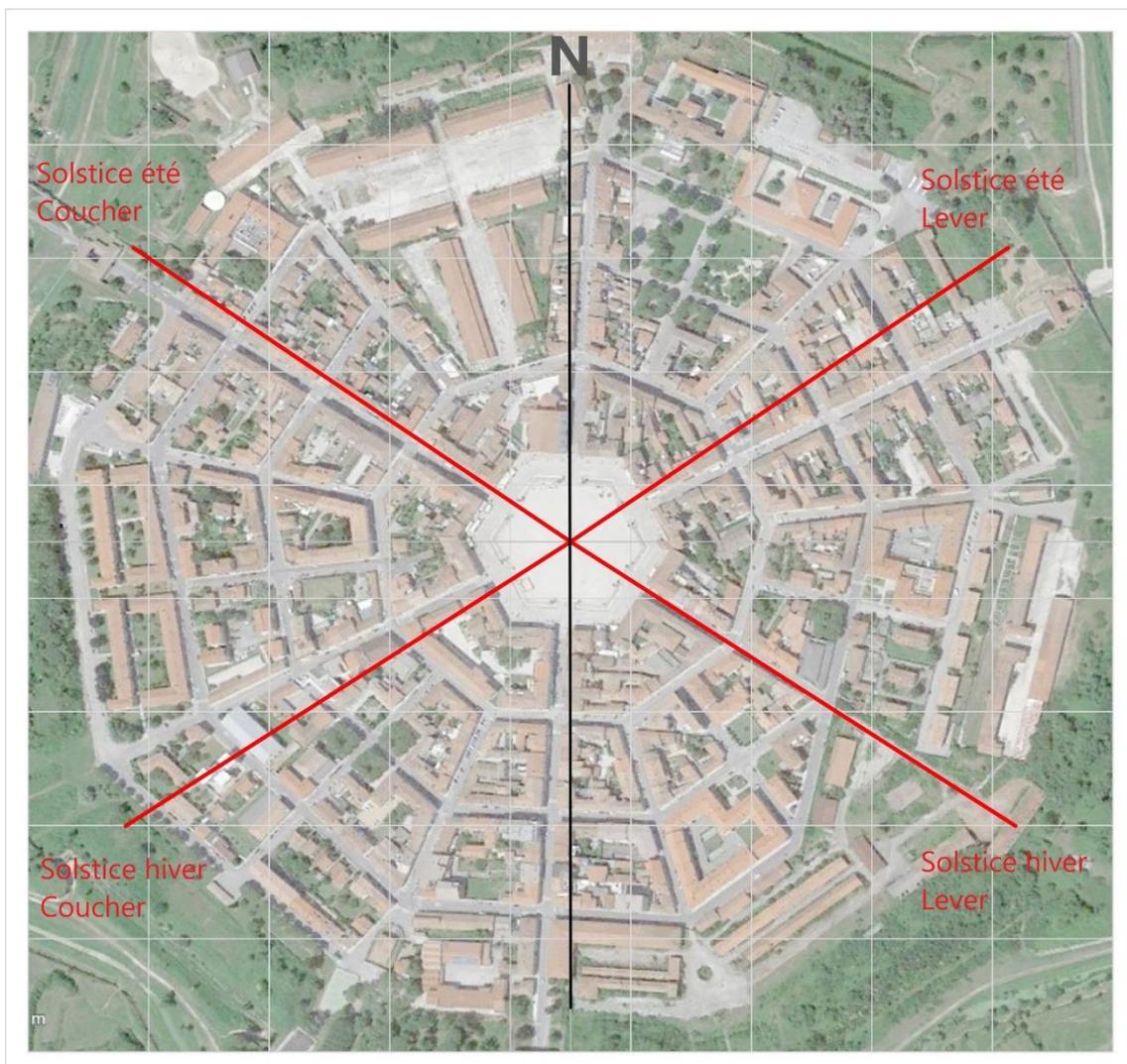
notes

*(17) Nous avons relevé avec un théodolite électronique le contour de la place, les angles des carrefours de la via d'Udine, les piédroits des portes d'Udine, d'Aquileia et de Gorizia. Cette implantation sommaire mais précise sert de canevas à la démonstration du tracé. Les plans de la fontaine et de la Porta Udine ont été relevés en détail.*

Ces indications sont intéressantes mais il en manque une importante : le plan est-il orienté ?

Le plan importé de Google Earth indique au premier coup d'œil que tel n'est pas le cas. Contrairement à ce que dit le texte, tout le site est orienté à 3.3° environ vers l'est.

Afin de bien comprendre la suite, voici le plan de Palmanova correctement orienté, avec les azimuts des levers et couchers de soleil aux deux solstices :



---

p.59

*Les lignes de force de l'espace hexagonal de la place sont naturellement les angles et les six avenues concourantes. Ils forment des repères de trente en trente degrés, soit un partage du temps de deux en deux heures.*

---

Si l'auteur entend par là que ces avenues constituent les lignes horaires d'un gnomon, c'est une erreur plus que grossière. A moins d'être au pôle nord, les lignes horaires ne sont pas espacées de 15°/heure.

Selon l'épure, les azimuts des levers/couchers aux solstices sont de +/-56° et +/-124°.

Ces valeurs concordent avec celles obtenues par le calcul astronomique complet à moins d'un degré près, écart attribué à la prise en compte ou non de la réfraction et de la parallaxe. C'est donc un résultat très acceptable.

Le problème, c'est que le plan de la ville n'est pas orienté, il s'incline de 3,3° vers l'est.

---

p.60

*Nous l'avons vérifié les 21 et 22 juin 2005. Le 21, une tempête et des grêlons se sont abattus sur la région pendant toute l'après-midi. Le ciel s'est dégagé en soirée laissant le soleil glisser le long des corniches pour atterrir dans l'angle du Borgo Udine. Il était 20 h 43 GMT.*

---

Le calcul complet pour le coucher du soleil à cette date donne : 20h58m58s, azimut 305,5°.

Cet azimut est décalé de 2,5° par rapport à l'axe de l'avenue.

Seule la troisième photo de la page 60 est exploitable : celle où le soleil est clairement visible.

Contrairement à la légende de la photo, celle-ci n'a pas été prise à 20h43 'GMT' mais bien à 20h43 heure locale (UTC +2).

Cette photo montre le soleil bien dans l'axe de l'avenue, sa hauteur visuelle se situant à environ deux fois celle du bastion. Le calcul donne une hauteur de 2° environ, ce qui donne, à une distance de 440m, une hauteur de 15m. La concordance semble donc plutôt bonne.

Mais une question plus embarrassante se pose.

Cette image du soleil au-dessus du bastion, à l'azimut 303°, devait être visible quasiment à la même hauteur pendant pratiquement une quinzaine de jours autour du solstice.

Un variation de hauteur de 1,34m qu'il fallait apprécier à l'œil nu à une distance de 446m. Impossible de cette manière de déterminer un moment précis pour le solstice, surtout si l'on considère qu'à ces faibles hauteurs sur l'horizon (1°48') les erreurs dues à la réfraction et à ses fluctuations ne sont pas gérables.

Le tableau de la page suivante donne les moments du passage du soleil dans l'axe de l'avenue et les hauteurs correspondantes.

Date	Heure	Hauteur	
		degrés	mètres
14/06	20:43	1°38'37"	12,80
15/06	20:43	1°41'34"	13,18
16/06	20:43	1°44'01"	13,50
17/06	20:43	1°45'59"	13,75
18/06	20:43	1°47'27"	13,95
19/06	20:44	1°48'27"	14,07
20/06	20:44	1°48'56"	14,14
21/06	20:44	1°48'56"	14,14
22/06	20:44	1°48'26"	14,07
23/06	20:44	1°47'27"	13,94
24/06	20:45	1°45'58"	13,75
25/06	20:45	1°44'01"	13,50
26/06	20:45	1°41'33"	13,18
27/06	20:46	1°38'38"	12,80

Il est bien connu qu'aux alentours des solstices la déclinaison du soleil ne varie quasiment pas. Je ne peux m'expliquer comment l'auteur a pu croire à un « instrument de visée des solstices ».

Quant aux observations au lever du soleil, aucune des photos n'est exploitable. On peut seulement dire qu'au moment des clichés il faisait déjà jour.

Le calcul indique une position du lever à 54.4° (55,1° selon l'épure) soit près de 9° plus au nord que l'axe de l'avenue. Pour que le soleil soit dans l'axe il aurait fallu attendre 50 minutes, il se serait alors trouvé à une hauteur de 7°, soit 54m en visuel. Un axe inexploitable.

---

*p.61*

*Si dès la fondation, le nord magnétique a été indiqué mais qu'il n'a pas été suivi pour l'implantation de la cité, c'est qu'il y a un autre élément prépondérant : la méridienne ou le sud solaire vrai.*

---

La carte Google Earth prouve le contraire : tout le plan est tourné de 3,3°

Accessoirement, signalons que le « sud solaire » n'existe pas, le sud n'est pas horaire mais géographique.

---

*P.61*

*Les angles formés par les six rues radiales ne sont pas parfaitement égaux et ces inégalités sont symétriques par rapport à la méridienne : à partir du sud vers le nord, on obtient 59°30', 61°, 59°30'. Cela ouvre légèrement l'angle compris entre les levers des solstices d'hiver et d'été à l'est, et des couchers à l'ouest. L'angle calculé devrait être de 67°. La largeur des rues, le relèvement de l'horizon par la construction des portes et des bastions agissent comme correctifs.*

---

Considérons d'abord les écarts angulaires relatifs entre les azimuts des avenues :

Secteur	Vanden Eynde		Google Earth	
	Côté ouest	Côté est	Côté ouest	Côté est
Nord	59°30'	59°30'	60°18'	60°06'
Centre	61°00'	61°00'	59°48'	61°48'
Sud	59°30'	59°30'	59°42'	58°18'

Vérifier les affirmations de l'auteur implique de pousser la précision en dessous de la dizaine de minutes d'arc. Dans ce cas, les observations sur Google Earth ne confirment pas vraiment les affirmations de

l'auteur quant aux prétendues symétries du plan. Si on ajoute à ces écarts angulaires relatifs l'inclinaison globale de  $3,3^\circ$ , il ne reste plus grand-chose de la démonstration.

D'autre part, quel est cet « angle calculé » de  $67^\circ$  ?

On suppose qu'il s'agit de l'angle entre les azimuts du lever (ou coucher) du soleil des deux solstices. S'il a été calculé par la « formule de Luc »(\*) citée par l'auteur, il devrait être de  $69^\circ 44'$ . Les données produites par l'auteur lui-même le démentent, il y manque  $8^\circ$ .

Rien ne semble avoir été calculé avec beaucoup de rigueur.

---

p.61

#### Synthèse

*Le plan de la ville est parfaitement construit sur sa méridienne. Il est midi heure locale lorsque le soleil passe au-dessus de la Porta Aquileia. Les deux autres rues diamétrales, obliques, désignent les levers et couchers du soleil au jour le plus court et au jour le plus long de l'année. Au solstice d'été, le soleil se lève à la Porta Gorizia et se couche à la Porta Udine.*

*À cette latitude, l'hexagone est la figure qui se rapproche presque parfaitement de ce principe.*

---

Beaucoup d'approximations :

- lorsque le soleil passe sur la Porta Aquileia il est 12h15 solaire.
- Azimut réel du lever au solstice d'été :  $55^\circ$ , soit à moins de 8 degrés de l'axe de la Porta Gorizia ( $63^\circ 25'$ ).
- Azimut réel du coucher au solstice d'été :  $305^\circ 33'$ , soit 2.5 degrés de plus que l'axe de la Porta Udine.

---

(\*) voir p.25 de ce rapport.

### 3.2 ROME (Place Saint-Pierre)

#### Caractéristiques

---

*p.64*

*Cité papale du Vatican*

*Latitude : 41°54'*

*Longitude : -12°25'*

*Date des constatations : le 9 septembre 2006, le 19 mars 2007*

*Témoins : Paul et Françoise Ectors*

*Déclinaison magnétique : 1° vers l'ouest*

*Déclinaison magnétique à la construction : inconnu*

*Type d'ouvrage : Gnomon et méridienne*

---

Les coordonnées géographiques du lieu sont mentionnées mais il manque un élément essentiel pour comprendre la suite : la hauteur de l'obélisque !

#### Contexte

Pas de commentaires pour cette section

#### Gnomonique

---

*p.73*

*L'ovale n'est pas une figure courante en architecture. Il apparaît à l'époque baroque. On peut établir un lien, chronologiquement correct, entre son utilisation et **la synthèse des observations de l'astronome danois Tycho Brahé concluant à l'orbite elliptique du soleil autour de la terre (13).***

*....*

*L'ellipse est la courbe lieu des points d'un plan dont la somme des distances à deux points fixes, appelés foyers, est égale à une longueur donnée  $2a$ . Si aux deux points fixes  $F$  et  $F'$ , on attache un fil de longueur  $2a$ , qu'on le tende à l'aide d'une baguette.....(16)*

---

*(16) Claude AUGÉ (sous la direction de), Nouveau Larousse, Dictionnaire universel encyclopédique, Paris, 1905, Volume 4, p.118.*

---

C'est Képler, en 1609, qui a démontré la forme elliptique des orbites et non Tycho Brahé.

Il faut aussi un certain sens de l'humour pour, en 2008, emprunter une définition de l'ellipse au Dictionnaire Larousse de 1905 !

---

p.74

*Le Bernin n'a pas respecté cette définition ni ce tracé. Compte tenu du grand axe de 196 mètres, et de l'implantation des foyers éloignés de 65,33 mètres du centre de l'obélisque, la définition mathématique aurait imposé un petit axe de 184,77 mètres. Il aurait pu obtenir une autre ellipse, s'imposant les longueurs des grand et petit axes, en modifiant les positions des foyers.*

---

Cette section commence par un calcul erroné.

Prenons les définitions classiques des paramètres de l'ellipse :

$$\begin{aligned} a &= \text{demi grand axe} & b &= \text{demi petit axe} \\ c &= \text{distance centre - foyer} & e &= \text{excentricité} = c/a \end{aligned}$$

La valeur de 196 m pour le grand axe ne pose pas de problème, elle correspond assez bien à ce que l'on peut mesurer sur G-E. Acceptons aussi cette distance des foyers au centre de 65,33 mètres bien que l'auteur n'en donne pas l'explication. Nous avons alors :

$$a = 98 \quad c = 65,33 \quad e = 0,667$$

Par les formules des ellipses nous trouvons alors  $b = a \sqrt{1 - e^2} = 73,05$ , c'est-à-dire un petit axe de 146,10 mètres, en désaccord complet avec la valeur de 184,77 mètres de l'auteur.

L'origine de l'erreur paraît évidente : l'auteur a bien divisé par 2 la longueur du grand axe pour obtenir  $a$  mais, sans doute machinalement, il a aussi divisé par 2 la distance centre-foyer alors qu'il ne le fallait pas, ce qui rend compte de son résultat aux décimales près.

Partant de ce calcul erroné, l'auteur réfute la solution de l'ellipse alors qu'elle est parfaitement plausible. A la première lecture, cette erreur assez grossière incite à prendre avec une grande méfiance la suite du développement. Or, la construction géométrique proposée par l'auteur se révèle ingénieuse et élégante.

Reprenons la démonstration de manière un peu différente.

Partant d'un grand axe de 196 mètres, prenons une longueur  $R_0$  égale à un sixième de ce grand axe, soit  $R_0 = a/3$  (le tiers du demi grand-axe).

Marquons deux points sur cet axe, distants du centre de la valeur  $R_0$ . Prenant ces points pour centres, traçons deux cercles de rayon  $R_1 = 2R_0$ .

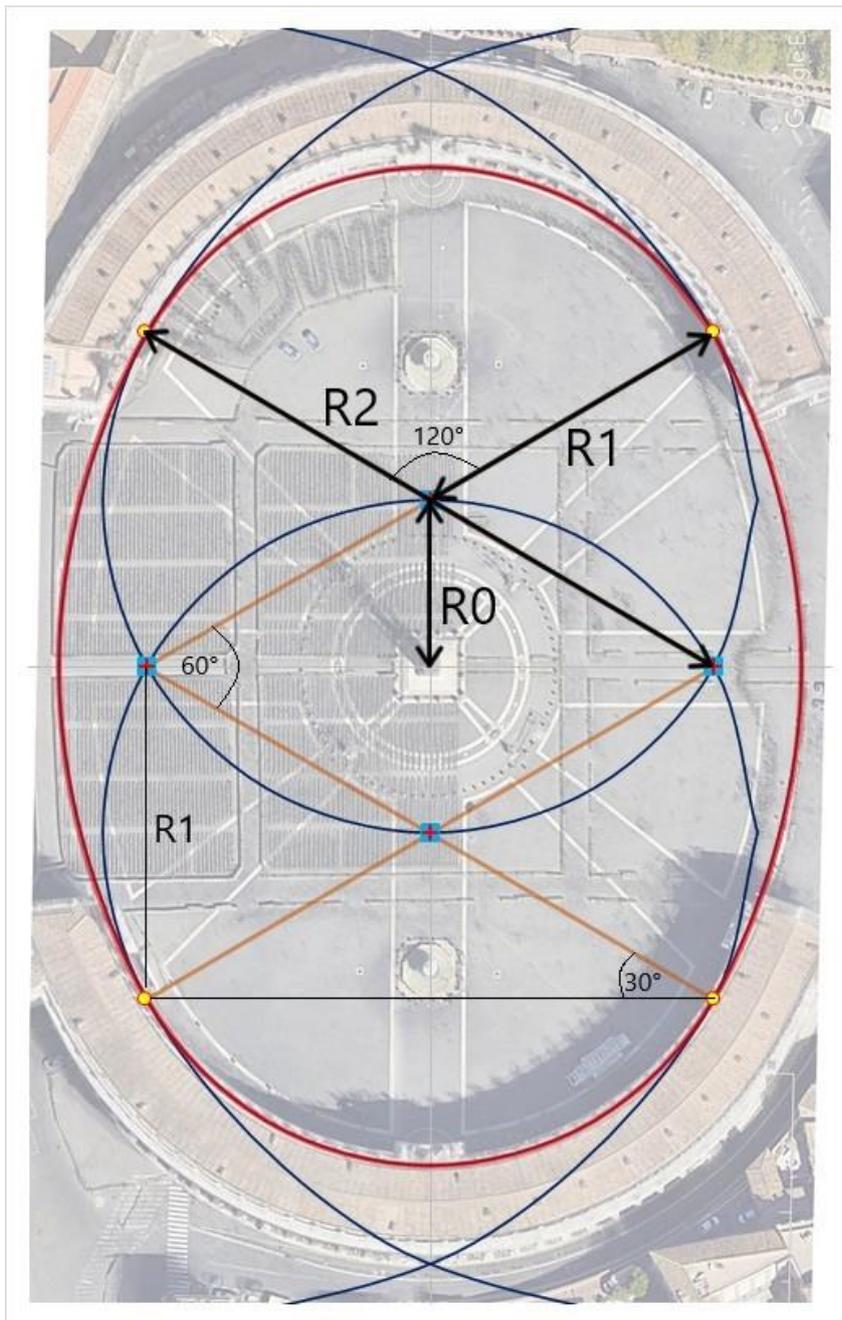
Ces deux cercles intersectent en deux points de l'axe horizontal que nous prenons à leur tour pour centres afin de tracer deux cercles supplémentaires de rayon  $R_2 = 2R_1 = 4R_0$ .

La figure montre que  $a = R_0 + R_1 = 3R_0$ .

Des cercles tracés conservons les parties nord et sud des petits cercles et les parties est et ouest des grands cercles, en prenant pour points de raccordement les points de tangence entre les cercles.

La figure obtenue se révèle d'une grande simplicité : tous les angles sont des multiples de  $30^\circ$ , et comme  $\sin(30^\circ) = 0,5$ , tous les triangles rectangles ont un petit côté égal à la moitié de l'hypoténuse.

Ces caractéristiques rendent le tracé très simple, sur l'épure bien sûr, mais aussi très probablement sur un chantier de construction.



La surimpression de cette figure sur une capture d'écran de Google Earth permet de constater que le tracé s'adapte très bien au contour de la place et des colonnades. Les centres des petits cercles semblent aussi coïncider d'assez près avec les cercles peints en blanc portant l'inscription « centro del colonnato ».

Il y a donc des arguments solides et concordants en faveur de l'hypothèse de l'auteur.

Mais rappelons quand même que les arguments de celui-ci contre l'hypothèse de l'ellipse sont curieusement faussés. De même, le plan exposé en page 74 est celui de B. Nolli daté de 1748 (page 66), augmenté de figures tracées de la main de Vanden Eynde ; ce n'est pas un document authentique.

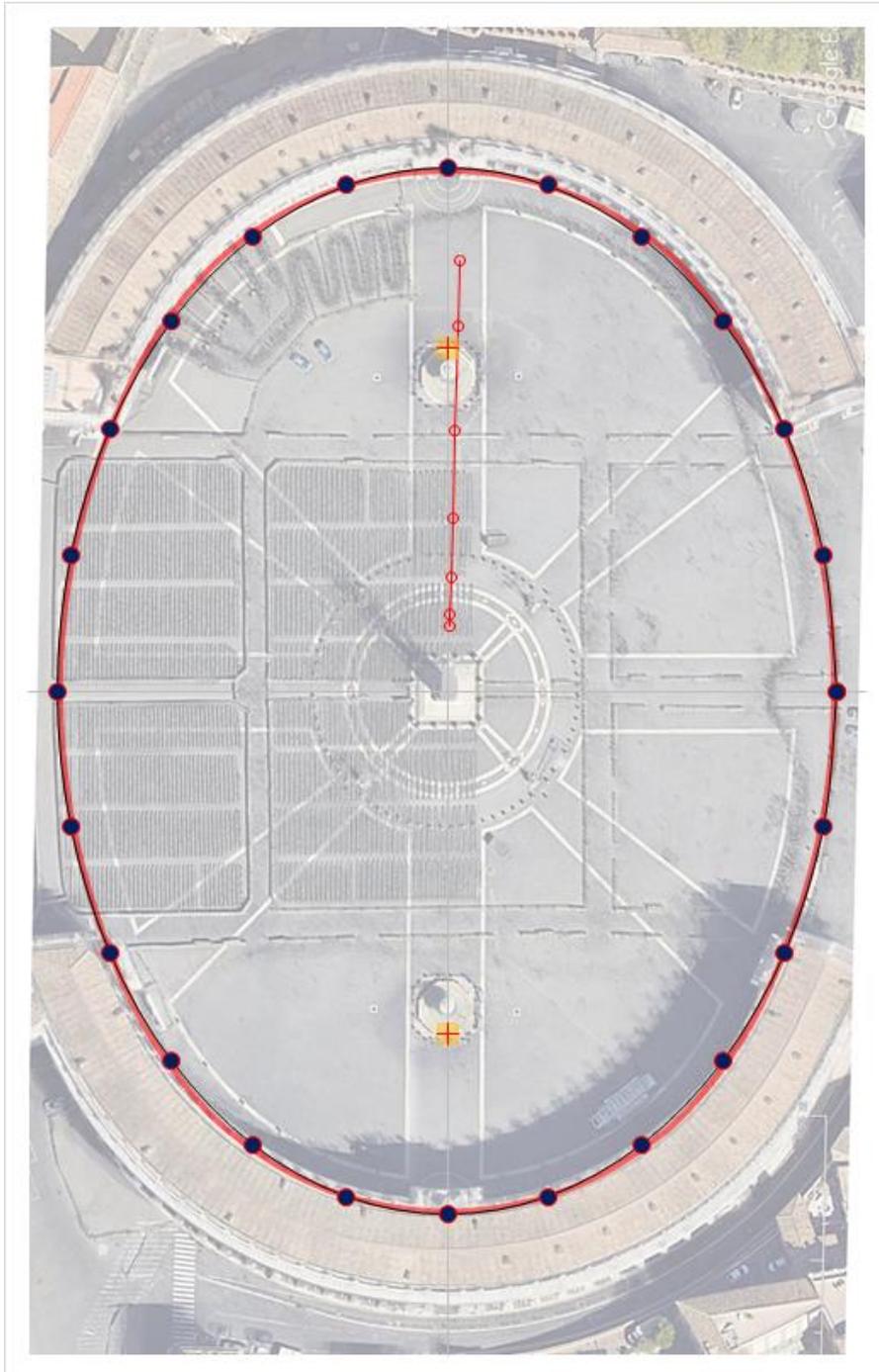
Il est donc légitime d'examiner des propositions alternatives. La figure suivante illustre les deux possibilités.

En rouge, les arcs de cercle décrits précédemment.

En bleu, les points décrivant une ellipse correspondant aux paramètres suivants :

$$a = 98,50 \quad b = 74,44 \quad c = 64,50 \quad e = 0,655$$

Ligne rouge légèrement oblique : la méridienne de Maccarani



Dans l'hypothèse de l'ellipse, les marques au sol « centro del colonnato » auraient encore le rôle de point de visée pour l'alignement des colonnes mais plus celui de centres d'arcs de cercle.

Malheureusement, la prise de vue de G-E n'est pas rigoureusement verticale, on remarque une inclinaison de l'obélisque vers le nord, l'angle de vue des deux arcs est légèrement différent. Le « fit curve » n'est pas parfait. Il est par conséquent illusoire d'espérer trancher entre ces deux hypothèses sur la seule base de ces représentations (la résolution n'est que de 3 pixels/mètre).

---

*p.76*

*Si Pierre Maccaranus avait respecté la direction juste de la méridienne, la fontaine de Maderno aurait empêché l'ombre de l'obélisque d'atteindre les deux derniers disques, soit le solstice d'hiver, et les 23 novembre et 21 janvier. En temps réel, la différence de 1° 45' représente sept minutes (15° valent une heure).*

---

**Erreur décidément récurrente dans l'ouvrage, à la latitude de Rome, à midi vrai, un écart de 1°45' en azimut correspond à un décalage de 4m40sec et non pas 7 minutes.**

Même si, en toute honnêteté, il faut reconnaître que la construction en arcs de cercles proposée par l'auteur semble la plus plausible, il reste la question principale au regard du projet de l'ouvrage : la place St-Pierre a-t-elle été réalisée selon un projet gnomonique ?

Jusqu'ici, l'exposé de l'auteur ne concerne que la construction géométrique de la place, sans référence à la gnomonique.

L'auteur ne revendique qu'un seul argument en faveur de celle-ci : le centre du petit cercle nord serait le point équinoxial de la méridienne de Maccarianus.

---

*p.75*

*Du côté nord, d'autres disques de marbre blanc sont reliés par une ligne qui va tout droit vers l'obélisque. Sa signification se lit sur la face nord du socle : Petrus Maccaranus, agissant au nom de la fabrique de Saint-Pierre traça cette ligne méridienne en bronze pour l'éternité au service du public l'an 1817<sup>17</sup>*

---

Mais la méridienne et ses repères zodiacaux n'ont été tracés qu'en 1817. Elle ne peut donc avoir de rapport avec la conception initiale près d'un siècle et demi plus tôt.

En outre, la photo (p.75) montre que les deux points ne coïncident pas, l'auteur rapporte un écart de 1,27 mètres. A ce propos, il est bien regrettable que l'auteur n'indique nulle part la hauteur de l'obélisque et de ses éléments décoratifs ni la position exacte du repère équinoxial, cela aurait permis les calculs nécessaires à la vérification.

Pour faire coïncider à peu près la projection équinoxiale avec la marque au sol, il faut attribuer arbitrairement à l'obélisque une hauteur de 36,5 mètres.

Enfin, est-il concevable que le Vatican, moins de trente ans après la condamnation de Galilée, ait songé à s'inspirer des travaux de Kepler, allemand et luthérien, pour faire le choix de l'ellipse ?

Globalement, je pense que l'argumentation de l'auteur est très mince et un peu biaisée. La rédaction est aussi souvent confuse, amalgamant les concepts d'ovale et d'ellipse et désignant sous le terme « foyers » des points qui ne sont que des centres de cercles.

### 3.3 ENGHIEEN – Pavillon des sept étoiles

Résumé du contexte historique :

La conception du jardin et du pavillon est confiée en 1645 au Père Charles, de l'ordre des Capucins.

Le chantier s'achève en 1661 par la construction du pavillon.

En 1665 le Père Charles, alors âgé de 72 ans, écrit une « *Briève description de la ville, parc et château d'Enghien* ».

Ce pavillon m'a posé un problème particulier car les photos aériennes de Google-Earth n'en montrent que le toit. De plus, la prise de vue n'est pas parfaitement verticale et ce toit apparaît désaxé par rapport à la base. Impossible donc d'en extraire un plan du sol fiable. Cependant, le petit pont est bien visible et, selon les croquis de l'auteur, son orientation est perpendiculaire à l'un des côtés de l'heptagone, lui-même présenté comme parfaitement régulier. Ces données permettent de reconstruire graphiquement le plan et de bien l'orienter.

Il apparaît alors qu'il n'y a pas de rayon de l'heptagone aligné sur une quelconque méridienne.

Celui que l'on peut tracer au départ de l'angle le plus au sud est incliné de 7° vers l'est.

*Caractéristiques*

*Contexte*

*Description succincte du parc*

*Gnomonique*

---

*p.80*

*Types d'ouvrage : Méridienne, calendrier perpétuel.*

---

Aucune méridienne n'est tracée ici. Les joints du pavement sont simplement orientés par rapport aux angles du monument.

Les calculs pour les commentaires suivants sont faits avec le modèle astronomique complet, y compris la réfraction. Je suppose aussi un observateur placé au centre de l'heptagone. Evidemment, si l'observateur peut se déplacer à sa guise il pourra toujours s'arranger pour voir le soleil entre deux colonnes.

---

*p.89*

*Au solstice d'hiver, à la latitude d'Enghien, le soleil parcourt 102° de l'horizon entre son lever et son coucher. Cet angle coïncide presque avec deux septièmes de 360° : 51 degrés 25 minutes. Le pavillon présente un angle vers le midi solaire. Depuis 1661, au solstice d'hiver, le soleil se lève entre deux colonnes, il culmine à midi entre deux colonnes, et se couche entre deux colonnes.*

---

Le calcul complet, appliqué sur le plan importé de Google Earth, donne des résultats assez différents :

- Lever du Soleil à 08:45 (azimut 128,0°), soleil masqué par une colonne. Celui-ci sera visible entre 09:10 et 09:40 environ entre la paire de colonnes.
- A midi vrai, le soleil est masqué par une des deux colonnes de l'angle sud. Il est visible entre les colonnes sud entre 12:19 et 12:42 (temps vrai) environ.
- Le coucher est à 16 :40 (azimut 232,0°), soleil masqué par une colonne.

La course du soleil fait donc 104° (102° est une approximation acceptable si on ne prend pas en compte la réfraction).

L'auteur n'indique pas l'heure précise des photos.

La photo III.14 a probablement été prise vers 09:20, une quinzaine de minutes après le lever réel, avec un soleil à environ 4° de hauteur.

La photo III.17 porte la légende « Midi solaire le 21 juin ». Cette mention est démentie à la page suivante dans la note de bas de page :

*Le 21 juin, alors que le midi vrai intervient à 13 h. 46 GMT, l'aiguille lumineuse passe le joint du dallage à 14h04, soit avec dix-huit minutes de retard. Le calcul tient compte de la différence de longitude par rapport à Greenwich, et de l'équation du temps. On peut émettre deux hypothèses : soit le Père Charles a implanté sa méridienne en février lorsque la différence avec le temps moyen est de quinze minutes, soit il a implanté le bâtiment avec une boussole, et la déclinaison magnétique l'a induit en erreur.*

---

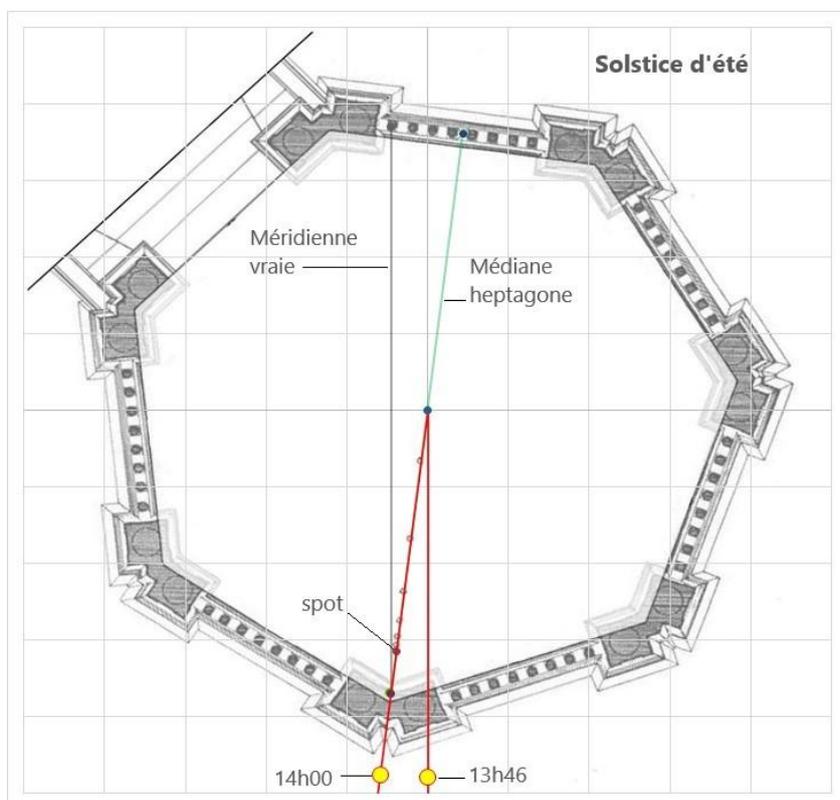
Encore une fois, l'auteur confond l'heure légale et l'heure UTC.

Le midi solaire intervient bien à 13h46 UTC(+2).

Dans cette citation, l'auteur admet explicitement que le monument n'abrite pas de méridienne.

Selon mon calcul (basé sur une orientation du pavillon de 7° vers l'est), le midi solaire devrait s'aligner sur ce rayon oblique à 14 :00. Selon l'auteur cela se passe à 14:04, ce qui correspond à une direction de 9.2°Est.

Ne nous attardons pas sur ce petit écart, mon appréciation de l'image de Google Earth peut être approximative, et il n'est pas prouvé non plus par les photos que la brèche entre les colonnes se trouve exactement dans le plan vertical du joint du pavement. Prenons donc une valeur de 8° pour le moment.



Voyons les deux hypothèses de l'auteur :

*1) le Père Charles a implanté sa méridienne en février lorsque la différence avec le temps moyen est de quinze minutes*

En d'autres termes, le père Charles se serait servi d'une horloge de temps moyen au début du mois de février. Cette explication ne tient pas car dans ce cas, la négligence de l'équation du temps aurait correspondu à une déviation vers l'ouest de 4° environ, au lieu de 8° vers l'est. Cette hypothèse soulève d'ailleurs une autre question : avant 1660 était-il facile de trouver une horloge mécanique précise, fiable et réglée sur le méridien du lieu ?

*2) le père Charles a implanté le bâtiment avec une boussole, et la déclinaison magnétique l'a induit en erreur*

Pourquoi pas, mais c'est impossible à prouver.

On pourrait se demander aussi pourquoi le père Charles, dont l'érudition et les connaissances ne font aucun doute, n'a pas utilisé le procédé des cercles hindous, alors bien connu, fiable et précis, et décrit notamment par Cassini.

---

*p.94*

*Nous avons vu qu'un des rayons du plan heptagonal du pavillon était une méridienne.*

---

L'auteur aurait-il oublié ce qu'il a écrit p.90 ?

Finalement, n'est-il pas plus simple de considérer qu'il n'y avait tout simplement pas d'intention gnomonique, une option que l'auteur ne signale même pas ?

---

*p.107*

*Le boulier « ordinateur »*

*Les nombres 4, retour des années bissextiles, 7, jours de la semaine, 28, cycle solaire suivant lequel les jours de la semaine reviennent aux mêmes dates, 532, cycle luni-solaire suivant lequel les phases de la lune reviennent aux mêmes jours et aux mêmes dates, sont matérialisés dans l'architecture.*

---

L'auteur nous invite à voir dans les différents aménagements une sorte de calculateur de date de Pâques basé sur un cycle de 532 ans. Admettons, mais il s'agit là du comput dionysien, en usage jusqu'en 1582 seulement.

En 1645, année de la conception du projet, le calendrier grégorien était en usage depuis plus de 60 ans et le père Charles ne pouvait l'ignorer, quel était l'intérêt de cette calculette ?



---

*p.127*

*Géométrie*

*La beauté et la perfection de ce plan nous posent quatre questions :*

*L'axe principal est-il parfaitement orienté Nord-Sud, magnétique ou solaire ?*

---

C'est bien beau de poser la question, malheureusement il n'y a pas l'ombre d'une réponse dans la suite du chapitre.

---

*p.129*

*Ill.21 et 22. Lever du Soleil le 21 mars 2004 au bout de la Richard Wittstätter Allee.*

---

L'azimut de la Wittstätter Allee est de  $93^{\circ}24'$ , et non de  $90^{\circ}$  comme affirmé par l'auteur.

Le calcul complet pour le 21 mars 2004 donne un lever à 6h28 (UTC+1), azimut  $88^{\circ}45'$  (réfraction comprise). Le soleil était dans l'axe ( $93^{\circ}24'$ ) à 6h53, soit un peu plus de 20 minutes après le lever, à une hauteur de  $3^{\circ}30'$ .

Que pouvait donner l'observation sur cet axe les jours précédents et suivants ?

Le 19 à 6h51, hauteur  $2^{\circ}40'$

Le 20 à 6h52, hauteur  $3^{\circ}10'$

Le 21 à 6h53, hauteur  $3^{\circ}30'$

Le 22 à 6h54, hauteur  $4^{\circ}10'$

En somme, une photo à peu près identique aurait pu être prise n'importe quel jour entre le 19 et le 23 mars. Pour peu que la ligne d'horizon soit un peu indistincte et la ligne de visée plus ou moins encombrée de branchages, il sera toujours possible de prétendre qu'il s'agit de l'instant du lever même s'il en est décalé de 20 ou 25 minutes, et d'affirmer qu'il s'agit du jour de l'équinoxe.

C'est l'azimut du lever sur un horizon dégagé qui indique l'équinoxe et non une visée sur un soleil déjà au-dessus de l'horizon.

---

*p.130*

*Ill.23, 24 et 25. Lever du Soleil le 21 juin 2005 à 5 h 32 heure locale.*

---

Cette fois l'indication de l'heure locale est correcte.

---

*p.130*

*Après avoir parcouru  $254^{\circ}$ , le soleil se couche au bout de la Binsen Schlauchallee.*

---

Le calcul complet donne un coucher à 21h32 (UTC +2), azimut  $308^{\circ}06'$ .

En effet, cet azimut s'aligne très bien sur la Binsen Schlauchallee.

---

*p.130*

*Le 21 décembre, l'Englerstrasse et la Waldstrasse verront respectivement le lever et le coucher, l'intervalle étant de 105°. Ni 255°, ni 105° ne sont divisibles par 11°15' qui est contenu 32 fois dans 360°. Ceci pourrait expliquer l'irrégularité des angles. La bissectrice de ces angles, la méridienne ne coïncide pas exactement avec l'axe nord-sud de la ville : la différence est de six degrés.*

---

C'est approximativement vrai pour l'Englerstrasse mais pas pour la Waldstrasse : l'écart est de 5 degrés.

Quant à la bissectrice, elle dévie en effet de 6° par rapport à la méridienne si l'on prend les azimuts relevés par l'auteur qui sont tous faux de 3.8° en moyenne. Si l'on prend les azimuts relevés sur Google Earth l'erreur d'alignement n'est plus que de 1°45'.

Notons aussi l'incohérence de la formule « la méridienne ne coïncide pas avec l'axe nord-sud » !

---

*p.131*

*La mise à l'échelle hisse le dessus de la sphère à une hauteur de 53,80 mètres.*

*Au solstice d'été, l'ombre de la sphère à midi atteindra 26,40 mètres de l'axe de la tour, Aux équinoxes, 63 mètres, au solstice d'hiver, 176,20 mètres.*

---

Au solstice d'été la hauteur du soleil est de 23°26', ce qui donne un rayon au sol de 25,74m et non 26,40m.

Aux équinoxes 61.49m au lieu de 63m,

Au solstice d'hiver 169,6m au lieu de 176,2.

En préférant les épures aux calculs trigonométriques et en ignorant la réfraction, l'auteur introduit une marge d'imprécision qui affaiblit sa démonstration.

---

*p.133*

*Les levers et couchers du Soleil aux solstices et aux équinoxes sont clairement marqués par six des trente-deux rayons.*

---

Les données pour les six axes concernés sont regroupées dans ce tableau :

	COUCHER		Méthode	LEVER	
	Azimuts			Azimuts	
<b>Solstice été</b>	théorique	-52,0	VSOP	51,8	théorique
		-52,7	Luc	52,7	
	Binsenallee	-52,3	GE	49,2	Blankenlocher Allee
		-52,3	VdE	45,0	
<b>Equinoxes</b>	théorique	-90,0	VSOP	90,0	théorique
		-90,0	Luc	90,0	
	Mölktestrasse	-86,4	GE	93,4	Wittstätter Allee
		-86,0	VdE	90,0	
<b>Solstice hiver</b>	théorique	126,6	VSOP	126,6	théorique
		127,3	Luc	127,3	
	Waldstrasse	131,4	GE	127,9	Englerstrasse
		135,0	VdE	124,0	

Sur les azimuts théoriques : les écarts entre la formule de Luc et le calcul complet sont inférieurs au degré et probablement imputables à la réfraction.

Prenant une tolérance de 1° sur les azimuts, seules la Binsenallee et la Mülktestrasse peuvent être considérées comme des indicatrices correctes. Les autres sont hors alignement de 3.5° à 4°.

Il faut bien considérer qu'avec une division en secteurs de 11°25', il y a toujours une certaine probabilité de trouver une allée « à peu près » dans l'axe souhaité.

### 3.5 Les Jardins Royaux – La patte d'oie

Cette section porte sur l'orientation des allées de divers parcs et jardins royaux.

Analyse en cours.

### 3.6 ATTRE

Ce site n'étant pas clairement identifiable sur Google Earth, je l'ai pour le moment laissé en attente.

## 4. LES SOURCES ECRITES DE LA GNOMONIQUE

(pas de commentaires)

## 5. LES OUTILS DE VERIFICATION

5.1. La vérification par épure (p.248)

5.2. La vérification par la maquette (p.257)

5.2.3 Applications (p.259)

Les azimuts de levers et couchers de soleil aux solstices sont déterminés par la latitude du lieu et peuvent être représentés graphiquement par un diagramme en croix. Pour certaines valeurs de la latitude, l'angle compris entre le lever et le coucher au jour d'un solstice peut être égal ou proche de l'angle au centre d'un polygone régulier. Certains monuments pourraient ainsi avoir été tracés sur la base d'un polygone initial déterminé par la latitude.

---

*p.259*

*Nous avons voulu vérifier où l'utilisation de tel ou tel polygone régulier devient pertinente : La maquette le suggère mais nous avons sollicité la vérification par calcul pour obtenir un angle irréprochable, par réitération. Quelle est la latitude à laquelle les angles suivants désigneront le lever et le coucher du Soleil au solstice d'hiver ?*

---

La démarche est intéressante mais on demeure un peu étonné du malaise évident de l'auteur aux prises avec les outils mathématiques. Car il n'est nul besoin de procéder à un calcul par « réitération » pour obtenir ces résultats ; en inversant la « formule de Luc » on les obtient directement et sans les approximations que l'on constate chez l'auteur : Je ne m'intéresse ici qu'au premier tableau où sont consignés les calculs Rayon centré sur méridienne :

Polygone	Angle au centre	Latitude	
		Calcul direct	Calcul VdE
Hexagone	60°00'00"	37°24'40"	37°14'33"
Heptagone	51°25'43"	50°26'00"	50°19'39"
Octogone	45°00'00"	55°49'48"	55°44'33"
Enneagone	40°00'00"	58°46'20"	58°41'40"
Décagone	36°00'00"	60°36'00"	60°31'40"

D'autre part cette démarche ne se révèle vraiment probante que dans le cas de l'hexagone dont tous les points ont une utilité dans la construction.

Pour l'octogone et le décagone seuls six des huit ou dix points sont utiles. Et pour l'heptagone et l'enneagone seulement trois. Et dans tous ces cas la figure se réduit finalement à un hexagone irrégulier. L'auteur avoue lui-même qu'il lui faudra beaucoup de temps pour visiter les sites susceptibles de confirmer son intuition.

5.3. La vérification par calcul (p.266)

*5.3.1. Interprétation trigonométrique de l'épure 266*

*5.3.2. Calcul par logiciel utilisant la trigonométrie sphérique 267*

*Annexes (p.*

Annexe 1 Annexe 1. Tracé de la maquette

Annexe 2. Démonstration de la formule de trigonométrie plane (p.274)

L'auteur fait plusieurs fois référence à la formule suivante qui donne, pour une latitude donnée, les azimuts des levers et couchers de soleil aux solstices, et qu'il désigne sous l'appellation « formule de Luc », selon lui inédite à ce jour :

$$\cos x = \frac{\sin \gamma}{\cos \alpha}$$

Où  $x$  est l'azimut,  $\gamma$  la déclinaison et  $\alpha$  la latitude (passons sur l'usage peu orthodoxe des symboles). Elle serait due à Luc Lefébure, professeur de mathématiques dans un collège en Belgique et s'appuie sur une combinaison de géométrie descriptive et de formules trigonométriques.

---

p.266

*Les azimuts des levers et couchers héliaques aux solstices peuvent être obtenus par la formule suivante (démonstration en annexe 2) :*

*azimut des lever et coucher héliaques au solstice d'hiver  $\cos x = \sin \gamma / \cos \alpha$*

*azimut des lever et coucher héliaques au solstice d'été  $\cos y = -\sin \gamma / \cos \alpha$*

*soit l'angle supplémentaire de  $x$ ,  $180^\circ - x = y$  où  $\alpha$  est la latitude du lieu et  $\gamma$  est l'angle formé par l'écliptique et l'équateur  $23^\circ 27'$ .*

*[.....]*

*Cette formule, d'une simplicité désarmante, peut être utilisée pour les autres mois que les solstices en introduisant à la place de  $\gamma$  les angles intermédiaires entre 0 et  $23^\circ 27'$  tels que Vitruve les démontre dans l'utilisation du *lacotomus* et du *manacus* :*

---

*<sup>21</sup> Cette formule part de la démonstration par épure décrite ci-avant (5.1.1. et 5.1.2.) et traduit exactement la même démarche de passage de la coupe sur le méridien au cercle horizontal de même rayon. Elle a été mise au point par Luc Lefébure, licencié en sciences mathématiques et professeur au Collège Saint-Vincent de Soignies. Elle repose sur les connaissances en trigonométrie plane acquises dans l'enseignement secondaire. Qu'il me soit permis de le remercier ici, en proposant que cette résolution prenne le nom d'Équation de Luc.*

p.274

*L'ultime simplification de la formule lui confère une efficacité redoutable pour notre propos. Devant une évidence pareille, on s'étonne de ne pas la retrouver chez les auteurs anciens.*

---

Rendons à César ce qui lui appartient : cette formule est déjà présente dans les ouvrages de gnomonique de Denis Savoie, en particulier dans l'édition 2007 de son traité « La Gnomonique », page 85, dans un chapitre consacré au calcul des heures limites des cadrans solaires. Selon Denis Savoie, cette formule figure déjà dans l'Almageste de Ptolémée.

Annexe 3. Calcul par logiciel utilisant la trigonométrie sphérique (p.276)

---

*L'équation du temps, soit la différence entre le temps moyen et le temps vrai :*

$$ET = -0,0037 + 0,43177 \cos \omega J - 3,1650 \cos 2 \omega J - 0,07272 \cos 3 \omega J - 7,3764 \sin \omega J \\ - 9,3893 \sin 2 \omega J - 0,24493 \sin 3 \omega J$$

---

La comparaison de cette formule avec l'algorithme « haute précision » de Meeus donne les résultats suivants (pour l'année 2008) : en moyenne sur l'année complète, un écart moyen de moins d'un dixième de seconde. Mais la concordance est nettement moins bonne en calculant l'écart date par date : il varie de -23,1 sec à 26 sec.